

# Calcolo delle frequenze delle note musicali

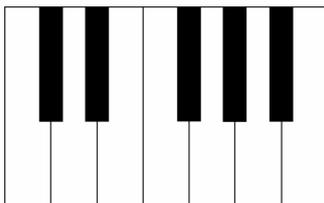
Giuseppe Sottile

25 ottobre 2019

In questa miniguia, vi spiegherò come determinare le frequenze esatte corrispondenti alle note musicali relativamente ad un'ottava sul pianoforte.

## 1 Ottave e semitoni

Per mostrare il procedimento di calcolo delle frequenze, abbiamo bisogno di partire dalla frequenza corrispondente ad una nota ad esempio il *La* centrale nel pianoforte, che sappiamo tutti essere pari a  $440Hz$ . Dalla teoria elementare dei suoni sappiamo che per definizione di ottava, se una nota  $X$  ha frequenza  $f_1(Hz)$ , la stessa nota presa ad un'ottava superiore avrà frequenza doppia  $f_2 = 2f_1(Hz)$  mentre presa ad un'ottava inferiore avrà frequenza mezza  $f_3 = \frac{f_1}{2}(Hz)$



Un concetto essenziale nella teoria musicale è quello di semitono. Se prendiamo due semitoni contigui, e ne facciamo il rapporto otteniamo sempre lo stesso numero. Si tratta di un fatto del tutto generale, che risale al concetto di temperamento equabile della scala musicale. In sostanza: (intervalli uguali tra note hanno lo stesso rapporto musicale e quindi suonano allo stesso modo).

## 2 Il fattore semitonale

Per poter determinare quindi la frequenza delle note musicali, dobbiamo cercare un coefficiente (numero o fattore) che moltiplicato un certo numero di volte per la frequenza di partenza dia come risultato la frequenza doppia, ad un'ottava superiore. Tutti sappiamo che un'ottava è composta da 12 semitoni  $1(8va) = 12(\sharp \equiv b)$  quindi cerchiamo quel numero che moltiplicato per la frequenza  $f_1$  e per se stesso 12 volte ci restituisce proprio la frequenza doppia di quella di partenza:

$$f_1 \cdot \lambda = 2f_1 = f_2$$

Riscrivendo tutto in termini di potenze e sapendo che  $f_2 = 2f_1$ :

$$f_1 \lambda^{12} = f_2$$

$$f_1 \lambda^{12} = 2f_1$$

$$\lambda^{12} = 2$$

e quindi il valore del coefficiente è pari a:

$$\lambda = \sqrt[12]{2}$$

Questo numero è la radice dodicesima di 2, ossia quel numero che moltiplicato per se stesso 12 volte dà per risultato 2. Se prendiamo una comune calcolatrice e proviamo a calcolare questo valore otteniamo circa:  $\lambda = 1,0594630943592952645618252949463\dots$ , o approssimando:  $\lambda = 1,06$ . Questo è il numero magico da ricordare e ci servirà per il calcolo delle frequenze.

### 3 Il calcolo delle frequenze

Una volta determinato il fattore di scala semitonale  $\lambda$  il calcolo delle frequenze è relativamente semplice, infatti moltiplicando per  $\lambda$  si sale di un semitono ( $\sharp$ ), mentre dividendo per  $\lambda$  si scende di un semitono ( $\flat$ ). In altre parole possiamo riassumere tutto in tre semplici passi:

- 1. Si parte da una frequenza di cui è noto il valore in frequenza ad es:  $La_4 = 440_{(Hz)}$
- 2. Se si vuole conoscere la frequenza di una nota superiore si moltiplica per  $\lambda$  la frequenza della nota scelta tante volte quanti sono i semitoni che distano per arrivare alla nota desiderata.
- 3. Se si vuole conoscere la frequenza di una nota inferiore si divide per  $\lambda$  la frequenza della nota scelta tante volte quanti sono i semitoni che distano per arrivare alla nota desiderata.

#### 3.1 Un esempio

Partiamo dalla nota  $La_4 = 440_{(Hz)}$  e determiniamo le frequenze delle note corrispondenti alla medesima ottava (per semplicità i valori vengono approssimati):

$$Do_4 = \lambda \cdot 247_{(Hz)} \approx 262_{(Hz)}$$

$$Do_{\sharp 4} = \lambda \cdot 262_{(Hz)} \approx 277_{(Hz)}$$

$$Re_4 = \lambda \cdot 277_{(Hz)} \approx 294_{(Hz)}$$

$$Re_{\sharp 4} = \lambda \cdot 294_{(Hz)} \approx 311_{(Hz)}$$

$$Mi_4 = \lambda \cdot 311_{(Hz)} \approx 330_{(Hz)}$$

$$Fa_4 = \lambda \cdot 330_{(Hz)} \approx 349_{(Hz)}$$

$$Fa_{\sharp 4} = \lambda \cdot 349_{(Hz)} \approx 370_{(Hz)}$$

$$Sol_4 = \lambda \cdot 370_{(Hz)} \approx 392_{(Hz)}$$

$$Sol_{\sharp 4} = \lambda \cdot 392_{(Hz)} \approx 415_{(Hz)}$$

$$La_4 = \lambda \cdot 415_{(Hz)} \approx 440_{(Hz)}$$

$$La_{\sharp 4} = \lambda \cdot 440_{(Hz)} \approx 466_{(Hz)}$$

$$Si_4 = \lambda \cdot 466_{(Hz)} \approx 494_{(Hz)}$$

Vi faccio osservare che quando si moltiplica una frequenza per  $\lambda = 1,0594630943593$  si procede per semitoni, mentre se si vuole procedere per toni, si deve moltiplicare per lambda quadro  $\lambda^2 = 1,122462048309383$ .